

代数数论 2020 年春 A 卷

考试时间：2020 年 5 月 23 日 14:00-16:00

姓名： 学号：

1. 求 $\mathbb{Q}(\alpha)$, $\alpha^3 = 5$ 的判别式和整数环. (10 分)
2. 证明 $x^3 - 2$ 在 \mathbb{Q}_5 中只有一个根, 请问它模 5^3 是多少? (10 分)
3. 求 $2, 3, 7$ 在 $\mathbb{Q}(\zeta_{42})$ 中的分歧指数和惯性指数. (15 分)
4. 求 $2, 3, 7$ 在 $\mathbb{Q}(\zeta_{42})$ 中的分解域和惯性域. (15 分)
5. 求 $\mathbb{Q}(\sqrt{7})$ 的基本单位; 求 $\mathbb{Q}(\sqrt{-5}), \mathbb{Q}(\sqrt{7}), \mathbb{Q}(\sqrt{-21})$ 的类数. (20 分)
6. 设 χ_{-21} 为 $\mathbb{Q}(\sqrt{-21})$ 的非平凡狄利克雷特征, 求 $L(1, \chi_{-21})$. (15 分)
7. 如果 $n = x^2 + 7y^2$ 有有理数解 $(x, y) \in \mathbb{Q}^2$, 则正整数 n 的素因子分解是什么形式? (15 分)

代数数论 2020 年春 B 卷

考试时间：2020 年 6 月 1 日 14:00-16:00

姓名： 学号：

1. 求 $\mathbb{Q}(\alpha)$, $\alpha^3 = 6$ 的判别式和整数环. (10 分)

2. 证明 $x^3 - 6$ 在 \mathbb{Q}_5 中只有一个根, 请问它模 5^3 是多少? (10 分)

3. 求 $2, 5, 7$ 在 $\mathbb{Q}(\zeta_{35})$ 中的分歧指数和惯性指数. (15 分)

4. 求 $2, 5, 7$ 在 $\mathbb{Q}(\zeta_{35})$ 中的分解域和惯性域. (15 分)

5. 求 $\mathbb{Q}(\sqrt{6})$ 的基本单位; 求 $\mathbb{Q}(\sqrt{-7}), \mathbb{Q}(\sqrt{6}), \mathbb{Q}(\sqrt{-35})$ 的类数. (20 分)

6. 设 χ_{-35} 为 $\mathbb{Q}(\sqrt{-35})$ 的非平凡狄利克雷特征, 求 $L(1, \chi_{-35})$. (15 分)

7. 如果 $n = x^2 - 11y^2$ 有有理数解 $(x, y) \in \mathbb{Q}^2$, 则非零整数 n 的素因子分解是什么形式? (15 分)